

❧ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ❧  
Sujet 53 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1

5 POINTS

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.

Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

L'équation  $2x^2 - 8x + 6 = 0$  admet deux solutions. Leur somme  $S$  et leur produit  $P$  sont :

- A.  $S = -8$   
 $P = 6$                       B.  $S = -4$   
 $P = 3$                       C.  $S = 4$   
 $P = 3$                       D.  $S = 3$   
 $P = -4$  .

Question 2

$\alpha$  est un nombre réel tel que  $\sin(\alpha) = 0,5$ . On a alors :

- A.  $\sin(\pi - \alpha) = 0,5$               B.  $\sin(\pi - \alpha) = -0,5$               C.  $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$               D.  $\sin(\pi - \alpha) = \frac{\pi}{6}$ .

Question 3

Dans un repère orthonormé du plan, on considère le cercle d'équation :  $(x - 3)^2 + (y + 0,5)^2 = \frac{25}{4}$

On peut affirmer que :

- A. ce cercle a un rayon de 6,25.              B. ce cercle passe par le point  $R(5 ; -2)$ .              C. le centre de ce cercle a pour coordonnées  $(-3 ; 0,5)$               D. aucune des réponses A., B. ou C. n'est correcte.

Question 4

Dans un repère orthonormé du plan, une équation cartésienne de la droite passant par le point  $A(2 ; -4)$  et de vecteur normal  $\vec{n}(5 ; 6)$  est :

- A.  $6x - 5y - 32 = 0$               B.  $6x + 5y + 8 = 0$               C.  $5x + 6y + 14 = 0$               D.  $5x + 6y - 14 = 0$ .

Question 5

On considère la fonction  $f$  définie sur  $R$  par  $f(x) = (2x + 3)e^x$ .

La fonction dérivée de la fonction  $f$  est notée  $f'$ . On a alors :

- A.  $f'(x) = 2e^x$               B.  $f'(x) = (2x + 3)e^x$               C.  $f'(x) = (2x + 1)e^x$               D.  $f'(x) = (2x + 5)e^x$  .

EXERCICE 2

5 POINTS

Une entreprise fabrique des jeux en bois. Avant sa commercialisation, chaque jeu est soumis à deux contrôles : un contrôle de peinture et un contrôle de solidité.

Après un très grand nombre de vérifications, on constate que :

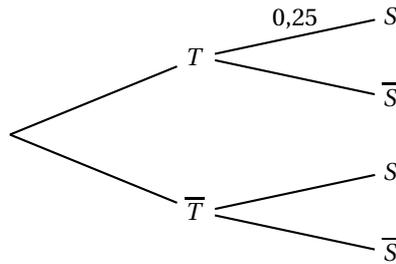
- 8 % des jeux ont un défaut de peinture,
- parmi les jeux qui n'ont pas de défaut de peinture, 5 % ont un défaut de solidité,
- 2 % des jeux présentent les deux défauts.

On choisit au hasard un jeu parmi ceux fabriqués par l'entreprise. On note :

- $T$  l'évènement : « le jeu a un défaut de peinture. »
- $S$  l'évènement : « le jeu a un défaut de solidité. »

1. Démontrer que  $p_T(S) = 0,25$ .

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré de probabilité ci-dessous traduisant les données de l'énoncé.



3. Démontrer que la probabilité que le jeu choisi au hasard n'ait pas de défaut de solidité est égale 0,934.

4. Les jeux qui présentent un défaut de solidité sont détruits. Dans cette question, on leur attribuera un prix de vente de 0 €.

Les jeux ne présentant aucun défaut sont vendus 14 € chacun.

Les autres jeux sont vendus 9 € chacun.

On note  $X$  la variable aléatoire qui donne le prix de vente, en euros, d'un jeu.

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant, pour chaque valeur  $x_i$  de  $X$ , la probabilité de l'évènement  $\{X = x_i\}$ .

$x_i$	0	9	14
$P(X = x_i)$			

b. Quel est le prix de vente moyen d'un jeu fabriqué par cette entreprise?

*On arrondira le résultat au centime d'euro.*

### EXERCICE 3

5 POINTS

L'évolution d'une population de bactéries dépend de l'environnement dans lequel ces bactéries sont placées. Cette population peut être modélisée par la suite  $(P_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par :  $P_{n+1} = (1 + \alpha)P_n + \beta$ , où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres liés à l'environnement, notamment à la température et à l'humidité.

$P_n$  modélise alors le nombre de bactéries, en milliers, qui composent cette population  $n$  jours après les avoir introduites dans un certain environnement.

1. Une population, initialement composée de 500 mille bactéries, est étudiée dans un environnement pour lequel  $\alpha = 0,2$  et  $\beta = 70$ .

a. Combien y a-t-il de bactéries dans cet environnement au bout de deux jours?

b. Recopier et compléter le programme suivant, écrit en langage Python, pour que la fonction Nombrebacteries renvoie le nombre de bactéries présentes dans cet environnement au bout de  $N$  jours.

```
def Nombrebacteries(N) :
    p=500
    for i in range(0,N) :
        P = ...
    return ...
```

2. Une autre population, initialement composée de 500 mille bactéries, est étudiée dans un nouvel environnement. On constate que le nombre de bactéries de cette population augmente de 9 % par jour.

a. Déterminer les valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  pour cet environnement.

b. Quelle est, dans ce cas, la nature de la suite  $(P_n)$ ?

c. Justifier qu'après 9 jours dans cet environnement, le nombre de bactéries de cette population a doublé.

## EXERCICE 4

5 POINTS

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = 3xe^{-0,4x}.$$

La fonction dérivée de la fonction  $f$  est notée  $f'$ .

**On admet** que la fonction  $f'$  a pour expression  $f'(x) = (-1,2x + 3)e^{-0,4x}$

1. Déterminer le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
2. En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
3. Un sportif a pris un produit dopant. La fonction  $f$  modélise la quantité, en mg/L, de ce produit dopant présent dans le sang du sportif  $x$  heures après la prise.
  - a. Pourquoi peut-on affirmer que ce produit dopant n'est pas naturellement présent dans l'organisme du sportif?
  - b. Combien de temps après son absorption, ce produit dopant sera-t-il présent en quantité maximale dans le sang du sportif?
  - c. Le sportif absorbe ce produit dopant au début d'une séance d'entraînement.  
Le même jour, 6 heures après le début de cette séance d'entraînement, il est soumis à un contrôle anti-dopage.  
Celui-ci se révélera positif si la quantité de produit dopant présent dans l'organisme de ce sportif dépasse 1,4 mg/L.  
Ce contrôle anti-dopage sera-t-il positif? Justifier.