

❧ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ❧  
Sujet 22 - mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1

5 points

Ce QCM comprend cinq questions indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

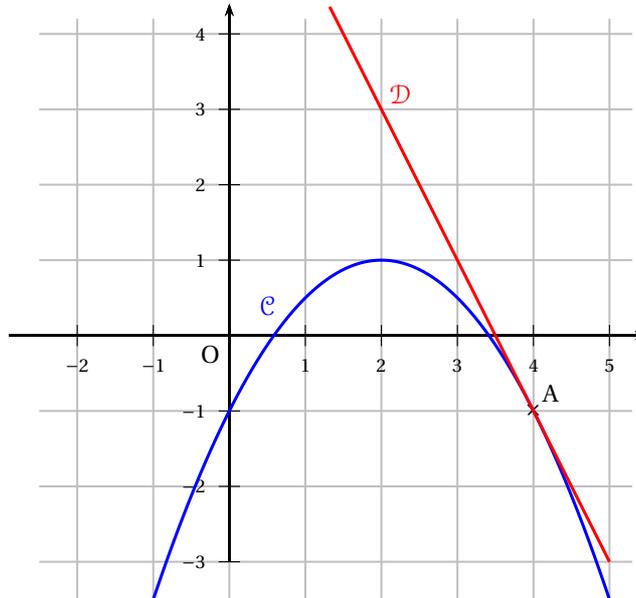
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie.

**Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.**

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. **Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.**

Question 1

Sur la figure ci-dessous, nous avons tracé dans un repère orthonormé la courbe représentative  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  et la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 4. Cette tangente est représentée par la droite  $\mathcal{D}$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .



Le réel  $f'(4)$  est égal à :

- a. -1                      b. -2                      c. 7                      d. 1.

Question 2

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ . On admet que  $f$  est une fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse 1 est :

- a.  $y = -1$                       b.  $y = -x$                       c.  $y = -x + 1$                       d.  $y = x$ .

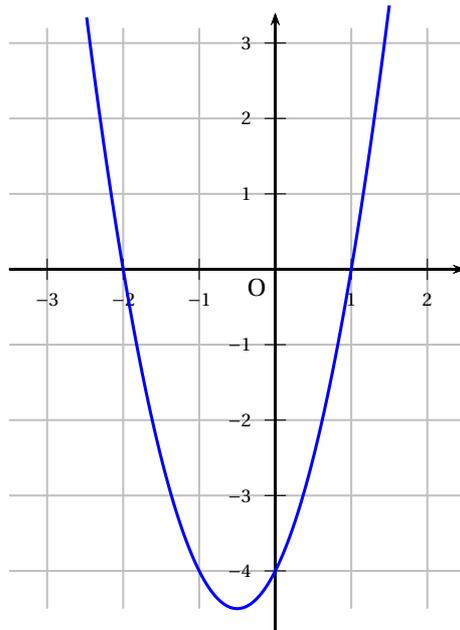
Question 3

Pour tout réel  $x$ ,  $\frac{e^x \times e^{-3x}}{e^{-x}}$  est égal à :

- a.  $e^{-x}$                       b.  $e^{3x}$                       c.  $e^{-3x}$                       d.  $e^x$ .

Question 4

Soit  $f$  une fonction polynôme du second degré dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est donnée ci-dessous.



Pour tout réel  $x$ , une expression de  $f(x)$  est :

- a.  $f(x) = x^2 + x - 2$       b.  $f(x) = -x^2 - 4$       c.  $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$       d.  $f(x) = -3x^2 - 3x + 6$

### Question 5

L'ensemble  $\mathcal{S}$  des solutions de l'inéquation d'inconnue  $x \in \mathbb{R} : -x^2 - 2x + 8 > 0$  est :

- a.  $\mathcal{S} = [-4 ; 2]$       b.  $\mathcal{S} = ] - 4 ; 2[$       c.  $\mathcal{S} = ] - \infty ; -4] \cup ] 2 ; +\infty[$       d.  $\mathcal{S} = \{-4 ; 2\}$

### EXERCICE 2

5 points

Les résultats seront arrondis à l'unité.

La quantité (en kg) de déchets ménagers produite par habitant d'une ville de taille moyenne a été de 537 kg en 2019 et la municipalité espère réduire ensuite cette production de 1,5 % par an.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $d_n$  la quantité (en kg) de déchets ménagers produite par habitant de cette ville durant l'année 2019 +  $n$ , on a donc  $d_0 = 537$ .

1. Montrer par un calcul que  $d_1 = 0,985 \times d_0$ .
2. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $d_{n+1}$  en fonction de  $d_n$ .
3. En déduire la nature de la suite  $(d_n)$  puis une expression de  $d_n$  en fonction de  $n$ .
4. On souhaite savoir à partir de quelle année la production moyenne de déchets produite par chaque habitant sera inférieure à celle enregistrée en 2019 au niveau national, à savoir 513 kg.

Pour cela, on considère l'algorithme suivant rédigé en langage Python.

```

1  def année() :
2      n = 0
3      d = 537
4      While d > ... :
5          n = n + 1
6          d = ...
7      return (n)

```

- a. Recopier et compléter l'algorithme afin de répondre au problème posé
- b. À partir de quelle année la production moyenne de déchets produite par chaque habitant sera-t-elle inférieure à celle enregistrée en 2019 au niveau national?

**EXERCICE 3****5 points**

Dans un repère orthonormé on considère le point  $A(-3 ; 5)$  et la droite  $(d)$  dont une équation cartésienne est  $-x + 3y + 2 = 0$ .

1. Tracer la droite  $(d)$  dans le repère donné en **annexe 1 à rendre avec la copie**.
2. Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à la droite  $(d)$ .
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à  $(d)$  et passant par A.
4. En déduire que le point H, projeté orthogonal de A sur la droite  $(d)$ , a pour coordonnées  $(-1; -1)$ .
5. En déduire la distance entre le point A et la droite  $(d)$ .

**EXERCICE 4****5 points**

**Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.**

Une enquête a été menée auprès de lycéens pour estimer la proportion de ceux qui ont déjà consommé du cannabis. Pour encourager les réponses sincères, on met en place le protocole suivant : Chaque adolescent lance d'abord un dé équilibré à 6 faces et l'enquêteur qui va l'interroger ne connaît pas le résultat du lancer. À la question « Avez-vous déjà consommé du cannabis? », l'adolescent doit répondre :

- « non » si le résultat du lancer est 5, qu'il ait ou non déjà consommé du cannabis;
- « oui » si le résultat du lancer est 6, qu'il ait ou non déjà consommé du cannabis;
- « oui » ou « non » dans les autres cas, mais de façon sincère.

On note :

- $N$  : l'évènement l'adolescent a répondu « non »;
- $O$  : l'évènement l'adolescent a répondu « oui »;
- $C$  : l'évènement l'adolescent a déjà consommé effectivement du cannabis;
- $\bar{C}$  : l'évènement l'adolescent n'a jamais consommé du cannabis.

Sur les lycéens qui ont participé à cette enquête on constate que la probabilité qu'un adolescent ait répondu « oui » est de  $\frac{3}{5}$ , soit  $p(O) = \frac{3}{5}$ .

On veut déterminer la probabilité, notée  $p$ , qu'un adolescent ait déjà consommé du cannabis.

On a donc  $p(C) = p$ .

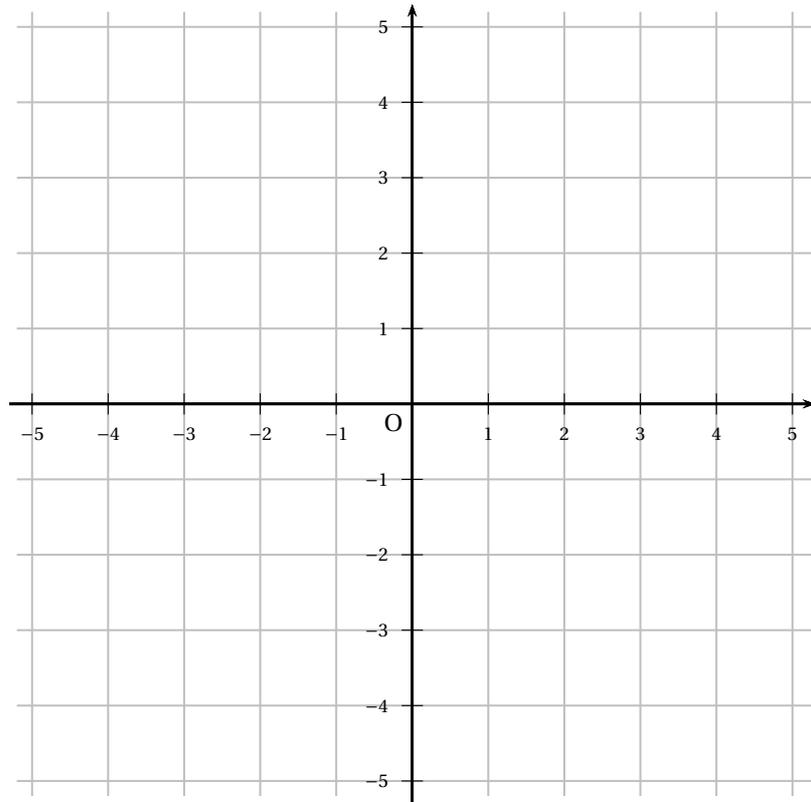
1. Justifier que la probabilité qu'un adolescent ait répondu « oui » sachant qu'il n'a jamais consommé de cannabis est  $\frac{1}{6}$ .
2. On a représenté en annexe l'arbre de probabilités représentant la situation. Compléter l'arbre sur l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.
3. **a.** Démontrer que la probabilité  $p$  qu'un adolescent ait déjà consommé du cannabis vérifie l'équation :

$$\frac{2}{3}p + \frac{1}{6} = \frac{3}{5}.$$

- b.** En déduire la valeur de  $p$ .
4. Sachant qu'un adolescent a répondu « non » pendant l'enquête, quelle est la probabilité qu'il n'ait jamais consommé de cannabis?

## ANNEXES à RENDRE avec la COPIE

## Annexe 1.



## Annexe 2.

