

∞ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ∞
série générale e3c Corrigé du n° 8 année 2020

Exercice 1

5 points

Ce QCM comprend cinq questions indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question **sans réponse n'apporte ni ne retire de point.**

Question 1

$$\frac{e^{5x}}{e^{2x-2}} =$$

a. e^{3x+2}	b. e^{3x-2}	c. $e^{2,5x-2,5}$	d. e^{7x-2}
----------------------	----------------------	--------------------------	----------------------

$$\frac{e^{5x}}{e^{2x-2}} = e^{5x-2x+2} = e^{3x+2}.$$

Question 2

Soit la suite définie par : $\begin{cases} u_0 & = & 2 \\ u_{n+1} & = & 3u_n - 2 \end{cases}$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a. $u_3 = 7$	b. $u_3 = 10$	c. $u_3 = 28$	d. $u_3 = 4$
---------------------	----------------------	----------------------	---------------------

$$u_1 = 3 \times 2 - 2 = 4; u_2 = 3 \times 4 - 2 = 10; u_3 = 3 \times 10 - 2 = 28.$$

Question 3

Dans un atelier 3 % des pièces produites sont défectueuses. On constate qu'au cours du contrôle qualité, si la pièce est bonne, elle est acceptée dans 95 % des cas, et que si elle est défectueuse, elle est refusée dans 98 % des cas.

La probabilité qu'une pièce soit refusée est égale à :

a. 0,0779	b. 0,0294	c. 0,0485	d. 0,98
------------------	------------------	------------------	----------------

La probabilité qu'une pièce soit refusée est égale à : $0,97 \times 0,03 + 0,98 \times 0,98 = 0,0779$.

Question 4

Sachant que $\cos x = \frac{5}{13}$ et que x est compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et 0, la valeur de $\sin x$ est :

a. $\frac{8}{13}$	b. $-\frac{8}{13}$	c. $\frac{12}{13}$	d. $-\frac{12}{13}$
--------------------------	---------------------------	---------------------------	----------------------------

$$\text{On sait qu'alors } \sin x < 0, \text{ donc } \sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\sqrt{\frac{169-25}{169}} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}.$$

Question 5

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-dessous :

Valeurs x_i	-2	0	5
$p_i = P(X = x_i)$	0,3	0,5	0,2

L'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X est égale à :

a. 3	b. 0,9	c. 0,4	d. 0,5
-------------	---------------	---------------	---------------

$$E(X) = -2 \times 0,3 + 0 \times 0,5 + 5 \times 0,2 = -0,6 + 1 = 0,4.$$

Exercice 2**5 points**

En 2019, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'un musicien était de 6 000.

On suppose que chaque année, il obtient 750 abonnés supplémentaires.

On désigne par u_n le nombre d'abonnés en 2019 + n pour tout entier naturel n .

- Calculer le nombre d'abonnés en 2020 et 2021.
 - $u_1 = 6000 + 750 = 6750$;
 - $u_2 = 6750 + 750 = 7500$.
- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
 $u_{n+1} = u_n + 750$.
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
 (u_n) est une suite arithmétique de raison 750 de premier terme 6 000.
- En déduire une expression de u_n en fonction de n .
 On a $u_n = 6000 + 750n$.
- En quelle année le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à l'année 2019?
 Il faut trouver n tel que $u_n = 3 \times 6000$, soit $6000 + 750n = 18000$, donc si $750n = 12000$ ou
 $n = \frac{12000}{750} = 16$. Le nombre d'abonnés aura triplé en 2035.

Exercice 3**5 points**

Un médicament contre la douleur est administré par voie orale. La concentration du produit actif dans le sang, en milligramme par litre de sang, est modélisé par la fonction f qui, au temps écoulé x en heure, x étant compris entre 0 et 6, associe :

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x \quad \text{où } x \in [0 ; 6].$$

Le produit actif est efficace si sa concentration dans le sang est supérieure ou égale à 5 mg/L.

- En exécutant le script Python ci-dessous, on obtient la liste [0, 1, 1, 1, 1, 0].

```

1 liste=[0, 0, 0, 0, 0, 0]
2 for x in range(0,7) :
3     | if x**3-12*x**2+36*x>=5:
4     | | liste[x]= 1
5 print(liste)

```

À l'aide de ce résultat, indiquer l'intervalle de temps en unité d'heures sur lequel le médicament est efficace.

Le médicament est efficace de la première à la cinquième heure.

- On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$, calculer sa fonction dérivée.
 La fonction polynôme f est dérivable sur \mathbb{R} , donc sur $[0 ; 6]$:
 $f'(x) = 3x^2 - 24x + 36 = 3(x^2 - 8x + 12)$.
- Justifier que la tangente T à la courbe représentative de la fonction f au point A d'abscisse 4 admet pour équation réduite $y = -12x + 64$.
 On a $f(4) = 16$ et $f'(4) = -12$. Une équation de la tangente au point de coordonnées (4 ; 16) est donc :
 $y - 16 = -12(x - 4)$ ou $y = 16 - 12x + 48$ et finalement $y = -12x + 64$.
- Démontrer que $f(x) - (-12x + 64) = (x - 4)^3$.
 On a $f(x) - (-12x + 64) = x^3 - 12x^2 + 36x - (-12x + 64) = x^3 - 12x^2 + 36x + 12x - 64$.
 Or $(x - 4)^3 = (x - 4)^2(x - 4) = (x^2 + 16 - 8x)(x - 4) = x^3 - 4x^2 + 16x - 64 - 8x^2 + 32x = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$.
 Donc $f(x) - (-12x + 64) = (x - 4)^3$.

5. En déduire la position relative de la courbe représentative de la fonction f par rapport à la tangente T au point A .

Comme $(x-4)^3 = (x-4)^2 \times (x-4)$ et que $(x-4)^2 \geq 0$ quel que soit le réel x , le signe de $(x-4)^3$ est celui de $(x-4)$. Donc

- Sur $]0; 4[$, $x-4 < 0$, donc $f(x) - (-12x + 64) < 0$ ce qui signifie géométriquement que la courbe est en dessous de sa tangente;
- Sur $]4; 6[$, $x-4 > 0$, donc $f(x) - (-12x + 64) > 0$ ce qui signifie géométriquement que la courbe est en dessus de sa tangente;
- Pour $x = 4$ la courbe et sa tangente ont la même ordonnée.

Exercice 4

5 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le point A de coordonnées $(3; 1)$ ainsi que la droite (d) d'équation cartésienne $x - 3y - 4 = 0$.

1. Déterminer les coordonnées du point B d'abscisse 7 appartenant à la droite (d) .
 $x - 3y - 4 = 0$ peut s'écrire $3y = x - 4$, donc si $x = 7$, $3y = 7 - 4 = 3$ et $y = 1$. $B(7; 1)$.
2. Donner un vecteur normal à la droite (d) .
On sait que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite (d) .
3. Déterminer une équation de la droite (Δ) perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A .

Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d) .

$$\text{On a donc } M(x; y) \in (\Delta) \iff \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \iff 3(x-3) + 1(y-1) = 0 \iff 3x - 9 + y - 1 = 0 \iff 3x + y - 10 = 0.$$

4. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal H du point A sur la droite (d) .

Puisque A appartient à la perpendiculaire à la droite (d) son projeté sur (d) est le point d'intersection de (d) et de cette perpendiculaire; ses coordonnées vérifient donc le système :

$$\begin{cases} x - 3y - 4 = 0 \\ 3x + y - 10 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} -3x + 9y + 12 = 0 \\ 3x + y - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow 10y + 2 = 0 \iff y = -\frac{1}{5}, \text{ puis}$$

$$\text{d'après la première équation } x = 3y + 4 = -\frac{3}{5} + 4 = -\frac{3}{5} + \frac{20}{5} = \frac{17}{5}.$$

$$H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right).$$

5. Calculer la distance AH et en donner une interprétation.

$$\text{On a } AH^2 = \left(\frac{17}{5} - 3\right)^2 + \left(-\frac{1}{5} - 1\right)^2 = \left(\frac{17}{5} - \frac{15}{5}\right)^2 + \left(-\frac{1}{5} - \frac{5}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{36}{25} = \frac{40}{25}.$$

$$\text{Donc } AH = \sqrt{\frac{40}{25}} = \frac{\sqrt{40}}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \approx 1,265.$$

Cette distance est la distance (la plus petite) du point A à la droite (d) .