

🌀 Baccalauréat Première Métropole-La Réunion 🌀
série générale e3c Corrigé du n° 46 année 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1

5 points

1. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos \widehat{BAC} = 2 \times \sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3.$

2. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\sin(a) \cos(a) + \cos(a) \sin(a) = 0.$

3. On a $\vec{AB} \begin{pmatrix} \frac{19}{3} \\ -8 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}.$

Or $\det(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{19}{3} \times 5 - (-4) \times (-5) = \frac{95}{3} - 20 = \frac{35}{3} \neq 0$: les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

$\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{76}{3} - 40 < 0$, donc les vecteurs ne sont pas orthogonaux : les droites ne sont pas perpendiculaires.

4. Une équation réduite de la tangente à C au point d'abscisse 1 est :

$y - f(1) = f'(1)(x - 1).$

Or pour x non nul, on a $f'(x) = -\frac{3}{x^2}.$

Donc $f'(1) = -3$ et avec $f(1) = 3$, l'équation devient :

$y - 3 = -3(x - 1)$ ou $y = -3x + 3 + 3$ et enfin $y = -3x + 6.$

5. L'équation s'écrit : $x^2 - 6x + 5 = 0.$

On a $\Delta = 36 - 20 = 16 = 4^2 > 0$. Le trinôme a deux racines :

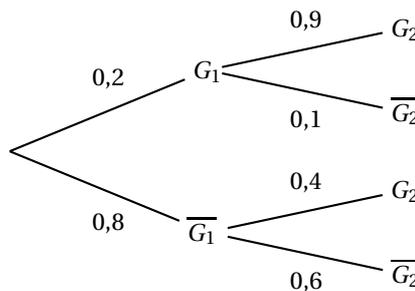
$$x_1 = \frac{6+4}{2} = 5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{6-4}{2} = 1.$$

Exercice 2

5 - points

Partie A

1.



2. On a $p(G_1 \cap G_2) = p(G_1) \times p_{G_1}(G_2) = 0,2 \times 0,9 = 0,18.$

3. On a de même : $p(\overline{G_1} \cap G_2) = p(\overline{G_1}) \times p_{\overline{G_1}}(G_2) = 0,8 \times 0,4 = 0,32.$

Donc d'après la loi des probabilités totales :

$p(G_2) = p(G_1 \cap G_2) + p(\overline{G_1} \cap G_2) = 0,18 + 0,32 = 0,5.$

Partie B

1.	Valeurs de X	-2	0,5	3	Total
	Probabilité	0,48	0,34	0,18	1

2. L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est égale à :

$E(X) = -2 \times 0,48 + 0,5 \times 0,34 + 3 \times 0,18 = -0,96 + 0,17 + 0,54 = -0,25.$

Ceci signifie que sur un grand nombre de parties, un joueur perdra en moyenne 25 centimes par partie. Le jeu n'est donc pas équitable.

Exercice 3**5 points****1. Étude de la suite (u_n)**

a. On a $u_1 = 3600 + 200 = 3800$ (€).

b. On a pour tout naturel n , $u_n = 3600 + 200n$.

2030 correspond à $n = 10$, donc $u_{10} = 3600 + 200 \times 10 = 3600 + 2000 = 5600$ (€).

2. Étude de la suite (v_n)

a. Augmenter de 5 %, c'est multiplier par $1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$, donc :

$v_1 = 3600 \times 1,05 = 3780$ (€).

b. On a pour tout naturel n , $v_n = 3600 \times 1,05^n$, donc en particulier :

$v_{10} = 3600 \times 1,05^{10} \approx 5864,02$ (€)

Le script fonctionne tant que le loyer avec le contrat n° 1 est supérieur ou égal à celui du contrat n° 2.

Cela signifie qu'à partir de $n = 7$, soit en 2017 le loyer avec le contrat n° 2 sera plus onéreux que l'autre. ($u_7 = 5000$ et $v_7 \approx 5065,56$.)

Exercice 4**5 points****Partie A :****1. On lit :**

- à l'instant $t = 0$, $\approx 2,1$ milliers de pucerons ;
- à l'instant $t = 6$, ≈ 5 milliers de pucerons

2. La tangente contient les points $(0; 2,1)$ et $(2; 4,3)$; sa pente est donc égale à $\frac{4,3 - 2,1}{2 - 0} = \frac{2,2}{2} = 1,1$, donc une vitesse de prolifération de 1 100 pucerons par jour.

Partie B :

$$f(t) = 0,003t^3 - 0,12t^2 + 1,1t + 2,1$$

1. On dérive la fonction polynôme f :

$$f'(t) = 0,009t^2 - 0,24t + 1,1.$$

2. Pour le trinôme $0,009t^2 - 0,24t + 1,1$, $\Delta = 0,24^2 - 4 \times 0,009 \times 1,1 = 0,0576 - 0,0396 = 0,018 > 0$.

Le trinôme a donc deux racines :

$$t_1 = \frac{0,24 + \sqrt{0,018}}{2 \times 0,009} \approx 20,8 \quad \text{et} \quad t_2 = \frac{0,24 - \sqrt{0,018}}{2 \times 0,009} \approx 5,9.$$

On sait que $f'(t)$ a le signe de $a = 0,009$ donc est positive sauf entre les racines.

3. De la question précédente on déduit que la fonction est croissante sauf sur l'intervalle $[5,9; 20]$ où elle est décroissante.

D'où le tableau de variations :

x	0	$\approx 5,88$	20
$f'(t)$	+		-
f	2,1	$\approx 5,03$	0,1