Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille (naissance) :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.1

ÉVALUATIONS

CLASSE : Terminale

VOIE : ☐ Générale ☒ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Mathématiques

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2h

PREMIÈRE PARTIE : **CALCULATRICE INTERDITE**

DEUXIÈME PARTIE : CALCULATRICE AUTORISÉE

☒ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 9

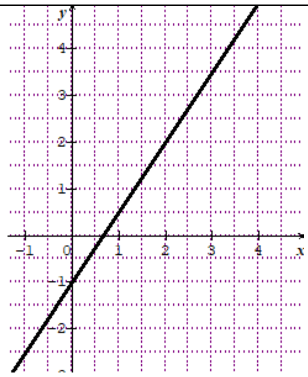
TTCMATH06322

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* **:**
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat : **N° d'inscription :**
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.1

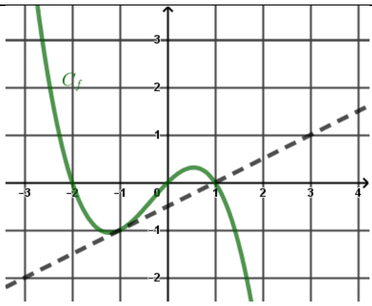
Partie I (Calculatrice interdite)

EXERCICE 1 (5 points) : automatismes Durée : 20 minutes

Les 10 questions suivantes sont indépendantes. Seules les réponses sont demandées, on n'attend pas de justifications.

	Énoncé	Réponse
1.	Calculer et donner le résultat sous forme irréductible : $\frac{4}{5} \times \frac{25}{3} - \frac{1}{7}$.	
2.	Exprimer sous la forme d'une puissance de 3 le nombre : $\frac{(3^2)^3}{9}$.	
3.	Donner l'équation réduite de la droite représentée dans le repère ci-contre: 	
4.	Une pharmacie dispose de 200 boîtes d'un médicament donné. Ce nombre augmente de 20% après une livraison puis, en raison des ventes, baisse de 20%. Déterminer le nombre de boîtes de ce médicament disponibles suite à ces deux évolutions.	
5.	Déterminer $f'(x)$, le nombre dérivé en x de la fonction f définie par : $f : x \mapsto \frac{1}{6}x^3 - 2x + 1$.	
6.	Le volume Vd'une pyramide s'exprime en fonction de sa hauteur h et de l'aire a de sa base par $V = \frac{a \times h}{3}$. Exprimer h en fonction de a et de V.	

TTCMATH06322

7.	Par lecture graphique, donner le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -1, tracée ci-contre en pointillés.		
8.	Déterminer l'image de $\left(-\sqrt{3}\right)$ par la fonction : $g : x \mapsto \frac{1}{3}x^2 - 6x + 4.$		
9.	Un tiers des 120 voitures que possède un loueur de voitures sont européennes. Parmi celles-ci, $\frac{1}{8}$ sont françaises. Déterminer le nombre de voitures françaises que possède le loueur.		
10.	Déterminer, selon les valeurs de x, le signe de : $2(3-x)(x+5).$		

TTCMATH06322

Partie II

Cette partie est constituée de 3 exercices indépendants.
L'utilisation de la calculatrice est autorisée selon la règlementation en vigueur.

Exercice 2 (5 points)

Une usine produit de l'eau minérale en bouteilles. L'eau provient de deux sources (source A et source B). 70% des bouteilles produites chaque jour contiennent de l'eau de la source A. Les autres bouteilles contiennent de l'eau de la source B. Lorsque le taux de calcium de l'eau contenue dans une bouteille dépasse 6,5 mg par litre, on dit que l'eau de cette bouteille est calcaire.

1. On admet que 9% des bouteilles de la source A contiennent de l'eau calcaire et que 7% des bouteilles de la source B contiennent de l'eau calcaire.
On prélève au hasard une bouteille dans la production d'une journée.
On note :

- A l'événement : « la bouteille contient de l'eau de la source A »,
- B l'événement : « la bouteille contient de l'eau de la source B »,
- C l'événement : « la bouteille contient de l'eau calcaire »,
- $\overline{C}$ l'événement contraire de l'événement C.

a) Donner les valeurs des probabilités $P(A)$, $P(B)$,$P_A(C)$ et $P_B(C)$.
b) Représenter la situation aléatoire par un arbre de probabilités.
c) Calculer la probabilité que la bouteille prélevée contienne de l'eau calcaire. Écrire le détail des calculs.

2. Dans un stock important de bouteilles produites, 8% des bouteilles contiennent de l'eau calcaire. On prélève au hasard 40 bouteilles dans le stock. Le stock est assez important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 40 bouteilles.
On note X la variable aléatoire qui associe à chaque prélèvement de 40 bouteilles le nombre de bouteilles de ce prélèvement qui contiennent de l'eau calcaire.

a) Quelle est la loi de la variable aléatoire X ? On ne demande pas de justification.
b) Calculer $P(X \leq 4)$. Arrondir au millième.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

TTCMATH06322

Exercice 3 (5 points)

Lors d'une épidémie, afin d'apporter des réponses sanitaires adéquates, les autorités commandent une étude de l'évolution du nombre de malades infectés.

Dans la feuille de calcul ci-après, on a reporté les relevés effectués tous les 5 jours du nombre de personnes infectées, du début de l'épidémie jusqu'au 25^{e} jour, et calculé les taux d'évolution entre les relevés consécutifs.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Relevé *n***	1	2	3	4	5	6
2	**Durée écoulée en jours : *x*(*n*)**	0	5	10	15	20	25
3	**Nombre de personnes infectées : *y*(*n*)**	228	1374	2038	3539	4129	4655
4	**Taux d'évolution sur 5 jours, en %.**		502,63	48,33	73,65	16,67	12,74

1. a) Détailler le calcul du taux d'évolution entre le deuxième et le troisième relevé.

b) Quelle formule a pu être saisie dans la cellule C4 du tableur afin d'obtenir, en étirant vers la droite, les différents taux d'évolution du nombre de personnes infectées?

2. Les représentations graphiques sont à faire sur **l'annexe (à rendre avec la copie)** avec la précision permise par les choix d'unités.

a) Représenter le nuage de points de coordonnées $(x(n); y(n))$ pour n entier variant de 1 à 6.

b) Donner les coordonnées du point moyen noté G de ce nuage de points et placer le point G dans le même repère.

c) Donner une équation d'une droite d'ajustement de y par rapport à x, en précisant le principe d'ajustement choisi. Représenter cette droite sur le graphique.

3. Estimer à l'aide de cette droite le nombre de personnes malades 50 jours après le début de l'épidémie.

TTCMATH06322

Exercice 4 (5 points)

Une chaîne de messages sur Internet fonctionne selon le principe suivant : une personne, appelée « l'initiateur », envoie un message à un certain nombre de personnes. C'est l'étape 1.
Ce message promet un lot à la condition que celui qui le reçoit le renvoie à exactement q autres personnes ne l'ayant pas encore reçu.
On suppose que les personnes ayant reçu le message à l'étape 1 l'envoient chacune à q personnes, toutes différentes, ne l'ayant pas encore reçu. C'est l'étape 2.
Et ainsi de suite.

On note u_1 le nombre de messages envoyés par l'initiateur de la chaine et, pour tout entier $n \geq 2$, u_n le nombre de messages envoyés à l'étape n de la chaine par l'ensemble des personnes ayant reçu le message à l'étape précédente.

1. **a)** Quelle est la nature de la suite (u_n)?
b) Pour tout entier $n \geq 1$,exprimer u_n en fonction de u_1 et de q.

2. **a)** Sachant que 5120 messages sont envoyés à la 5^{e} étape de la chaine et que 327 680 messages le sont à la 8^{e} étape, montrer que u_1 et q vérifient :

$$u_1 q^4 = 5120 \text{ et } u_1 q^7 = 327\,680$$

b) En remarquant que $u_1 q^7 = u_1 q^4 \times q^3$, expliquer pourquoi $q = 4$.
c) En déduire que : $u_1 = 20$.

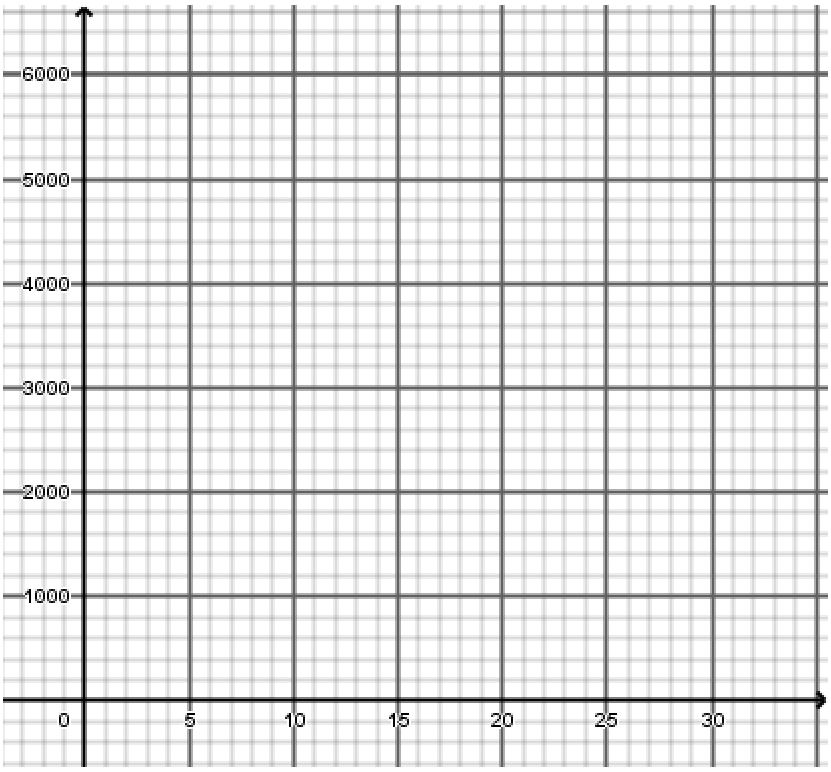
3. Calculer le nombre total de messages envoyés durant les 11 premières étapes de la chaine.

TTCMATH06322

TTCMATH06322

ANNEXE à RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 3, question 2.



TTCMATH06322