Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉVALUATIONS

CLASSE : Terminale

VOIE : ☐ Générale ☒ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Mathématiques

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2h

PREMIÈRE PARTIE : **CALCULATRICE INTERDITE**

DEUXIÈME PARTIE : CALCULATRICE AUTORISÉE

☒ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 7

PARTIE I

Exercice 1 (5 points)

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Reporter la lettre de la réponse choisie dans la case « Réponse » correspondante. Aucune justification n'est demandée.

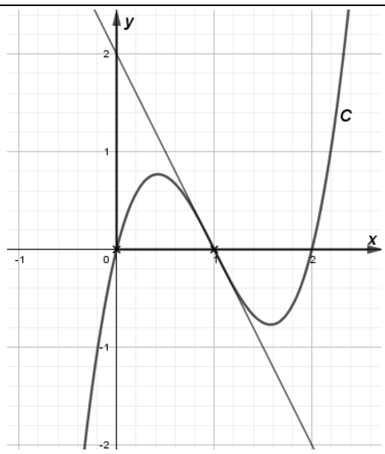
	Enoncé	Réponse
1.	Une vidéo, d'une durée de 1 minute et 40 secondes contient 2 400 images. Le nombre d'images par seconde est de : A. 60 images/seconde B. 120 images/seconde C. 24 images/seconde D. 15 images/seconde	
2.	La fraction irréductible égale à $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}$ est : A. $\frac{3}{42}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{19}{32}$ D. $\frac{21}{32}$	
3.	Le nombre $(2^3 \times 2^7)^2$ est égal à : A. 2^{12} B. 2^{20} C. 2^{23} D. 2^{42}	

4. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 10$.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et de dérivée f' définie sur $\mathbb{R}$ par :
A. $f'(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$ B. $f'(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 11$
C. $f'(x) = x^2 + x + 1$ D. $f'(x) = x^2 + x + 11$

5. On considère quatre expressions :
A. $(x-1)(x-2)$ B. $-(x-1)(x-2)$
C. $(x+1)(x-2)$ D. $-(x+1)(x-2)$
Indiquer l'expression qui admet comme tableau de signe :

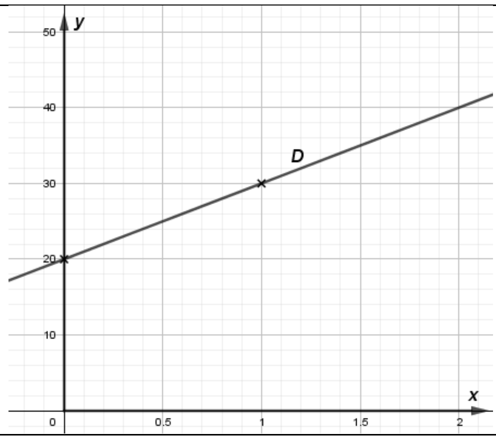
x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
Signe de l'expression		$-$	0	$+$	0	$-$	

6. Dans un repère orthonormé, on note *C* la courbe représentative d'une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On a construit ci-contre la tangente à la courbe au point d'abscisse 1. Le nombre dérivé en 1 de la fonction est égal à :
A. 0
B. -2
C. 2
D. $-\frac{1}{2}$



7. Dans le repère du plan ci-contre, la droite *D* a pour équation :

A. $y = 10x + 20$
B. $y = 20x + 10$
C. $y = \frac{1}{2}x + 20$
D. $y = 2x + 20$



8. Une image numérique pèse 200 Mo. Après compression, cette image ne pèse plus que 80 Mo. Le poids de l'image a été réduit de :
A. 120 % B. 40 % C. 12 % D. 60 %

9. Deux diminutions successives de 30 % reviennent à une diminution de :
A. 60 % B. 49 % C. 51 % D. 9 %

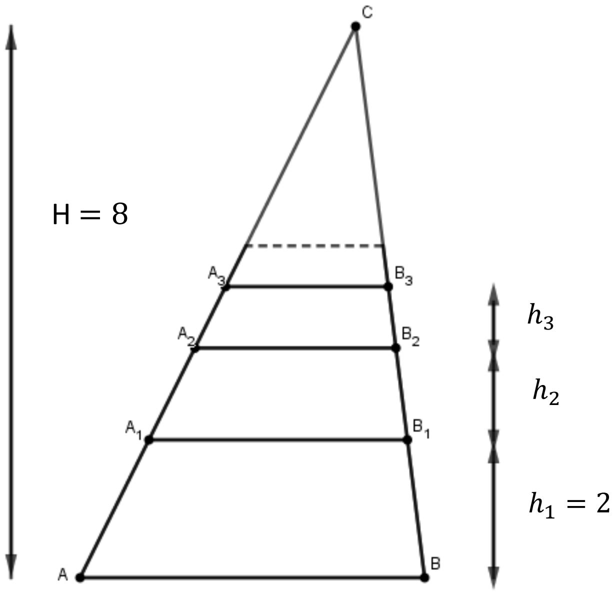
10. Après un agrandissement de 10 %, un pixel mesure 0,66 mm de côté.
Sa taille initiale était de : A. 0,56 mm de côté B. 0,6 mm de côté
C. 0,726 mm de côté D. 0,7 mm de côté

PARTIE II

La calculatrice est autorisée selon la réglementation en vigueur.
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points)

À l'intérieur d'un triangle ABC de hauteur H égale à 8 unités, on construit le trapèze ABB_1A_1 de hauteur égale à 2 unités puis les trapèzes $A_1B_1B_2A_2$, $A_2B_2B_3A_3$, …, de sorte que la hauteur de chaque trapèze soit égale aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur du trapèze qui le précède.



Le nombre h_n représente la hauteur, exprimée en unité, du $n - \text{ième}$ trapèze ainsi construit avec n un entier naturel non nul. Ainsi h_1 représente la hauteur du premier trapèze construit ABB_1A_1. Donc $h_1 = 2$.

On définit ainsi une suite (h_n).

1. Calculer h_2.

2. Préciser la nature de la suite (h_n) en indiquant son premier terme et sa raison.

3. Montrer qu'à partir du neuvième trapèze, la hauteur de chaque trapèze est inférieure à 0,1 unité.

4. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on pose : $S_n = h_1 + h_2 + \cdots + h_n$.
   Justifier que pour tout entier n supérieur ou égal à 1, S_n est égal à $6 - 6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

5. À partir de quel entier naturel non nul n, S_n est strictement supérieur à 5,9 ?

Certains peintres du XV^{e} siècle utilisaient cette méthode en espérant représenter un carrelage en perspective centrale (règle dite des $\frac{2}{3}$). Toutefois, Léon Batista ALBERTI a prouvé dans un traité de 1435 que cette méthode ne « traduisait » pas la perspective centrale.

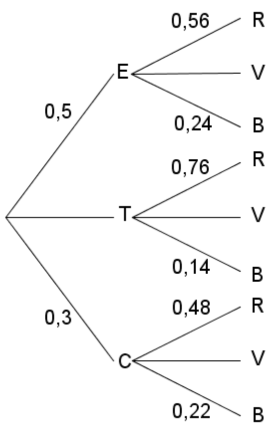
Exercice 3 (5 points)

Un peintre décide de créer une œuvre basée sur le hasard : chaque visiteur choisit aléatoirement un motif parmi une base de figures élaborées par l'artiste. Un algorithme regroupe ensuite les motifs pour créer un tableau.
Les figures construites par l'artiste sont des ellipses, des triangles et des carrés. Elles sont soit vertes, soit bleues, soit rouges.

Dans tout l'exercice, les probabilités sont arrondies au centième près.

Un visiteur entre dans l'exposition.
On note E l'événement « le visiteur choisit une ellipse »
T l'événement « le visiteur choisit un triangle »
C l'événement « le visiteur choisit un carré »
R l'événement « le visiteur choisit une figure rouge »
V l'événement « le visiteur choisit une figure verte »
B l'événement « le visiteur choisit une figure bleue »

L'arbre ci-dessous modélise la situation :



1. Indiquer la signification du nombre $0{,}56$ situé sur la première branche.
2. Calculer la probabilité de l'événement T.
3. Justifier que la probabilité que le visiteur choisisse une ellipse rouge vaut $0{,}28$.
4. Déterminer la probabilité que le visiteur choisisse une figure rouge.

La même exposition peut accueillir les visiteurs par groupe de cinq, les visiteurs étant choisis de façon indépendante. On note X la variable aléatoire qui, à chaque groupe de visiteurs, associe le nombre d'ellipses rouges choisies par le groupe. On donne la loi de probabilité de X ci-dessous (le tableau suivant indique les valeurs arrondies des probabilités au millième près) :

x_i	0	1	2	3	4	5
p$(X = x_i)$	$0{,}193$	$0{,}376$	$0{,}293$	$0{,}114$	$0{,}022$	$0{,}002$

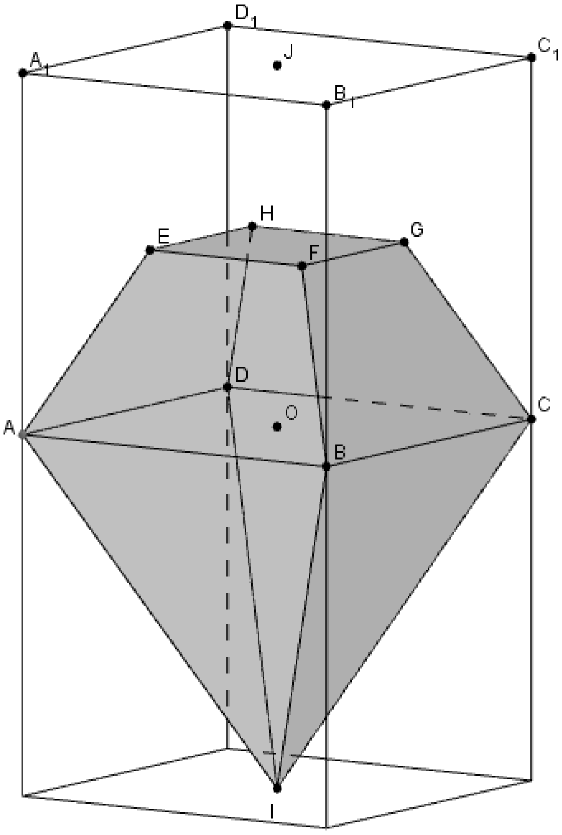
5. Calculer et interpréter l'espérance de X dans le contexte de l'exercice.

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Né(e) le : / /
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
1.1

Exercice 4 (5 points)

Une pierre précieuse est représentée ci-dessous en perspective parallèle :
- La « culasse » ABCDI est une pyramide à base carrée inscrite dans un cube dont I est le centre de la face inférieure.
- La « couronne » ABCDEFGH est une pyramide tronquée inscrite dans le cube ABCDA1B1C1D1. Le point J est le centre de la face supérieure de ce cube. Les points E, F, G et H sont respectivement les milieux des segments [AJ], [BJ], [CJ] et [DJ].

Le point O est le centre du carré ABCD.
Une représentation en perspective centrale est commencée **sur la feuille annexe à rendre avec la copie**. La ligne d'horizon P est tracée. On convient de noter en minuscule l'image, en perspective centrale, des points de l'espace.
La face ABB_1A_1 est frontale.



Cette représentation en perspective centrale est à compléter **sur la feuille annexe à rendre avec la copie**.
Aucune justification des tracés n'est demandée mais on laissera visibles les traits de construction.

Par la perspective centrale,

1. Tracer l'image du carré ABCD ainsi que son centre O.

2. Compléter l'image du cube $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

3. Construire la représentation abcdi de la « culasse ».

4. a) Le point E, milieu du segment [AJ], est aussi le point d'intersection de la droite (AJ) et de la droite (KL), où K désigne le milieu du segment $[AA_1]$ et L celui du segment $[CC_1]$. Construire l'image e du point E.

   b) Finir la construction de l'image abcdefgh de la couronne.

6. Que peut-on dire les droites (bd) et (fh) ? Justifier votre réponse.

TTCMATH06293

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.1

Feuille annexe à rendre avec la copie

Exercice 4 : Représentation en perspective centrale à compléter

Le trait dessiné correspond à la ligne d'horizon.