ÉVALUATION

CLASSE : Première

VOIE : ☐ Générale ☒ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Mathématiques

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

PREMIÈRE PARTIE : **CALCULATRICE INTERDITE**

DEUXIÈME PARTIE : CALCULATRICE AUTORISÉE

☒ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

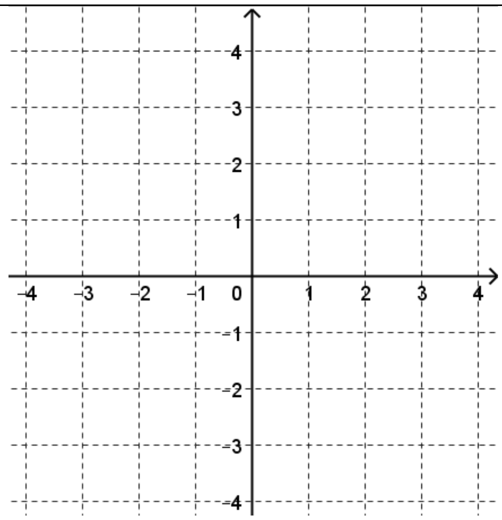
Nombre total de pages : 7

T1CMATH04831

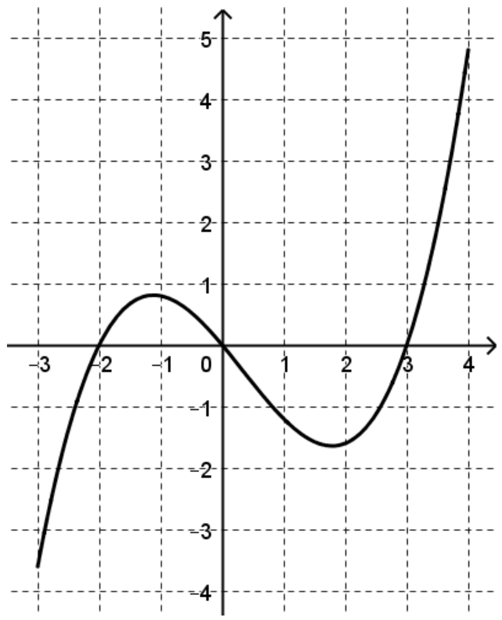
PARTIE I

Exercice 1 (5 points)

Automatismes (5 points) **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

	Énoncé	**Réponse**
1	Compléter :	Diminuer une quantité de 15 % revient à la multiplier par ……
2	Résoudre l'inéquation $-4x - 3 < 7$.	
3	Tracer ci-contre la droite d'équation $y = -\frac{1}{3}x + 2$.	
4	Développer et réduire l'expression $(x - 3)(5 - 2x)$.	
5	Compléter :	Si $v = \dfrac{d}{t}$ alors $t =$

T1CMATH04831

6	Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = \sqrt{7 + 3x^2}$. Le point de la courbe représentative de f ayant pour abscisse -2 a pour ordonnée :	
7	20 % de 55 vaut :	
8	Avec la précision permise par le graphique, dresser le tableau de signes de la fonction f définie sur l'intervalle $[-3; 4]$ et représentée ci-dessous  	
9	Factoriser l'expression $(x-2)^2 - 16$.	
10	Compléter :	Le taux d'évolution réciproque associée à une baisse de 20 % est ……

T1CMATH04831

PARTIE II

Calculatrice autorisée.
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points)

Selon une étude de l'INSEE publiée en 2018, la population mondiale subit une hausse moyenne de 1,6 % par an depuis 1960. En 2017, elle s'élevait à 7 550 millions d'individus.

On suppose que la population mondiale continue de croître chaque année de 1,6 % à partir de 2017. On modélise l'évolution de la population mondiale par une suite (u_n) : pour tout entier naturel n, on note u_n la population mondiale en millions d'individus pour l'année $2017 + n$. Ainsi, $u_0 = 7550$.

1. Calculer u_1 et u_2. On arrondira les résultats au million.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.
3. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.
4. Calculer l'estimation de la population mondiale en 2025 selon ce modèle, en millions d'individus. Détailler la démarche, et arrondir au million.
5. On considère la fonction Python $seuil$ suivante dont le paramètre nb est un nombre entier :

```python
def seuil(nb):
    u=7550
    n=0
    while u<nb:
        u=u*1.016
        n=n+1
    return(2017+n)
```

Qu'obtient-on en exécutant $seuil(10000)$? Interpréter le résultat obtenu à la question 4 dans le contexte de l'exercice.

T1CMATH04831

Exercice 3 (5 points)

On note B la fonction définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par $B(x) = -5x^2 + 55x + 400$.

Un restaurant de centre-ville propose un menu du soir à 15 €. Afin d'optimiser son bénéfice, le propriétaire du restaurant souhaite modifier le prix de ce menu. Une étude révèle que pour une augmentation de x euros, compris entre 0 et 10 euros, le bénéfice réalisé en euros est donné par $B(x)$.

1. Quel est le bénéfice sans augmentation ?

On note B' la fonction dérivée de la fonction B pour x appartenant l'intervalle $[0; 10]$.

2. Déterminer l'expression de $B'(x)$.

3. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0; 10]$.

4. **a.** Déterminer pour quelle valeur de x le bénéfice est maximal et préciser sa valeur.
b. Quel doit être le prix du menu du soir pour avoir un bénéfice maximal ?

T1CMATH04831

Exercice 4 (5 points)

Selon la hauteur du véhicule, les bornes de péages automatiques délivrent un ticket à deux hauteurs différentes, permettant au conducteur de ne pas descendre de son véhicule pour saisir le ticket. Si la hauteur du véhicule ne dépasse pas les 2 mètres, le ticket sort en bas, sinon il sort en haut.

Sur un parcours autoroutier, l'une de ces bornes est défectueuse et on a constaté que la probabilité qu'un conducteur n'ait pas à sortir de son véhicule pour saisir le ticket est 0,59.

Lorsqu'un véhicule se présente devant cette borne, on considère qu'il y a succès si le conducteur n'a pas besoin de descendre du véhicule. Cinq véhicules se présentent successivement à la borne défectueuse. La borne délivre successivement 5 tickets de manière indépendante. On note X la variable aléatoire associée au nombre de succès.

1. Montrer que cette situation peut se modéliser par la répétition d'une épreuve de Bernoulli dont on précisera le paramètre.

2. Exprimer à l'aide d'une phrase l'événement $\{X \leq 3\}$.

3. On donne ci-dessous le tableau de la loi de probabilité de X :

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k)$		0,08	0,24	0,35	0,25	0,07

a. Déterminer $P(X = 0)$.

b. Calculer $P(X > 1)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

c. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X. Quelle interprétation faites-vous de ce résultat ?

T1CMATH04831