ÉVALUATION

CLASSE : Première

VOIE : ☐ Générale ☒ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Mathématiques

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

PREMIÈRE PARTIE : **CALCULATRICE INTERDITE**

DEUXIÈME PARTIE : CALCULATRICE AUTORISÉE

☒ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 10

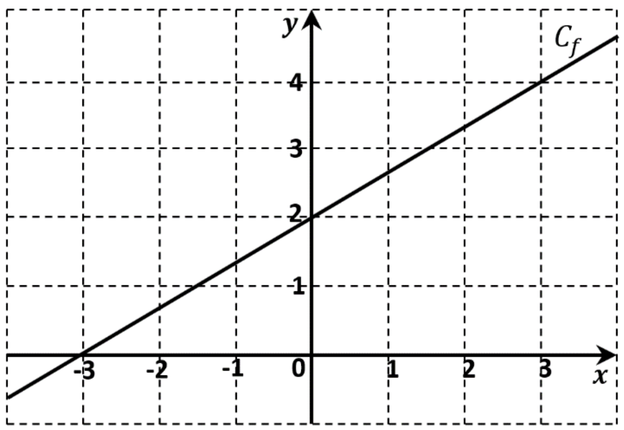
T1CMATH04864

PARTIE I

Exercice 1 (5 points)

Automatismes (5 points) **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Dans cet exercice, il n’est pas demandé de justification.
La réponse à chaque question est donnée dans la colonne de droite du tableau.

	Énoncé	**Réponse**
1.	$0{,}002 \times 36 =$	……..
2.	Compléter les pointillés à l’aide de l’un des trois symboles < ou > ou =.	$\frac{29}{8}$ …… $\frac{13}{4}$
3.	E, m et c sont des quantités strictement positives. Si $E = m \times c^2$, alors :	$c =$………..
4.	Soit la fonction affine f de représentation graphique C_f donnée ci-dessous : 	$f(x) = 3$ pour $x \approx$ ……………
5.		L’expression de f est : $f(x) =$ ………………..
6.		Le point M (3 ; ...) appartient à C_f

T1CMATH04864

<table>
<tr><td>7.</td><td>Le prix d’un article baisse de 30%, puis le nouveau prix baisse de 10%.

De quel pourcentage le prix de l’article a-t-il baissé au total ?</td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Résoudre dans R, l’équation $2x^2 - 4 = 46$.</td><td></td></tr>
<tr><td>9.</td><td colspan="2">Compléter le tableau de signes ci-contre :
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\dots$</td><td>$\dots$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>Signe de $3x - 6$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Signe de $2x + 2$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Signe de $(3x - 6)(2x + 2)$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>10.</td><td>En déduire l’ensemble des solutions de l’inéquation :
$$(3x - 6)(2x + 2) \geq 0$$</td><td></td></tr>
</table>

T1CMATH04864

PARTIE II

Calculatrice autorisée.

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points)

Une ruche est initialement composée de 50 000 abeilles dont une reine.

On constate la population d'abeilles de cette ruche diminue de 8% chaque année à cause de la pollution et du bruit.

1. Une feuille de calcul nous donne l'évolution du nombre d'abeilles dans cette ruche.
Le rang 0 correspond à l'année 2019.

En voici un premier extrait :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Rang de l'année	0	1	2	3	4	5
2	Nombre d'abeilles	50 000	46 000	42 320	38 934	35 820	32 954

Justifier la valeur obtenue dans la cellule C2.
Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C2 qui, recopiée vers la droite, permet de calculer les valeurs de la ligne 2 ?

2. On note u_n le nombre d'abeilles au bout de n années. On a donc $u_0 = 50\ 000$.

a. Justifier que la suite (u_n) est géométrique et préciser sa raison.

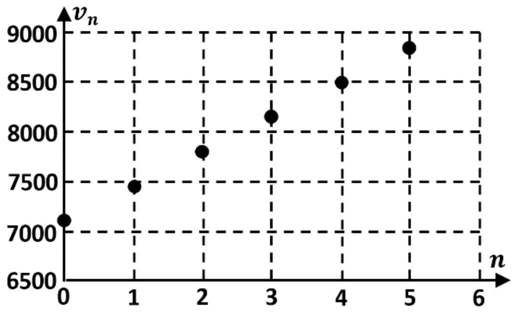
b. Une ruche produit du miel si au moins 10 000 abeilles l'habitent.
En observant le tableau ci-dessous, indiquer à partir de quelle année la ruche ne produira plus de miel.

	S	T	U	V	W	X
	17	18	19	20	21	22
	12 116	11 147	10 255	9 435	8 680	7 986

T1CMATH04864

3. On s’intéresse à une ruche qui n’est soumise ni au bruit, ni à la pollution.

Le graphique ci-dessous représente les premières valeurs v_n , donnant le nombre d’abeilles de cette ruche au bout de n années.



a. Pourquoi peut-on conjecturer que la suite (v_n) est une suite arithmétique ?
En admettant que la suite (v_n) est arithmétique et sachant que $v_0 = 7100$ et $v_4 = 8500$, déterminer la raison de la suite (v_n).

b. On rappelle qu’une ruche produit du miel si au moins 10 000 abeilles l’habitent.
À partir de combien d’années cette ruche produira-t-elle du miel ?

T1CMATH04864

Exercice 3 (5 points)

On considère une urne contenant 7 boules blanches et 3 boules rouges, indiscernables au toucher. On réalise l'épreuve aléatoire suivante : un joueur pioche au hasard une boule, il note sa couleur, puis la remet dans l'urne.

On considère les évènements suivants :

R : « La boule piochée est rouge »

B : « La boule piochée est blanche »

1. On décide de répéter successivement 3 fois cette épreuve aléatoire.

a. Compléter l'arbre de probabilités figurant **en annexe, à rendre avec la copie**, représentant la situation de l'énoncé.

b. Donner la probabilité d'obtenir au plus 1 boule rouge.

2. À l'issue des 3 tirages, le joueur gagne 5 euros pour chaque boule rouge obtenue, et il perd 3 euros pour chaque boule blanche obtenue.

On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur en euro.

a. Si on pioche deux boules rouges et une boule blanche, quelle est la valeur de X ?

b. Compléter le tableau figurant en **annexe,** donnant la loi de probabilité de X.
En déduire $P(X \leq -1)$. Interpréter le résultat obtenu.

c. Montrer que l'espérance mathématique de la variable aléatoire X est

$$E(X) = -1{,}8.$$

Interpréter ce résultat.

T1CMATH04864

Exercice 4 (5 points)

Le plongeon en piscine d'un nageur depuis un tremplin est modélisé par la fonction

$$h : t \mapsto \frac{16}{3}t^3 - 18t^2 + 8t + 10$$

où t désigne le temps écoulé (en seconde) depuis l'impulsion initiale du nageur et $h(t)$ la hauteur (en mètre) du nageur.

Dans tout l'exercice, on arrondira au centimètre près, soit à 0,01 mètre près.

1. Calculer $h(0)$ et en déduire la hauteur du tremplin de plongeon.

2. Dériver la fonction h. Montrer alors que $h'(t) = 16\left(t - \frac{1}{4}\right)(t - 2)$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;\,2{,}5]$.

4. On souhaite déterminer l'instant où le nageur atteint le niveau de l'eau. Pour cela, on considère le script Python suivant, dans lequel l'instruction « h(milieu) » calcule l'image de la valeur de la variable « milieu » par la fonction h :

```python
def eau(debut,fin):
    for i in range(20):
        milieu = (debut+fin)/2
        if h(milieu) > 0:
            debut = milieu
        else:
            fin = milieu
    return milieu
```

a. Compléter le tableau figurant **en annexe, à rendre avec la copie**, illustrant le début du fonctionnement de cet algorithme lors de l'appel eau(0,2). On ne demande pas de représenter les lignes pour $i \geq 3$.

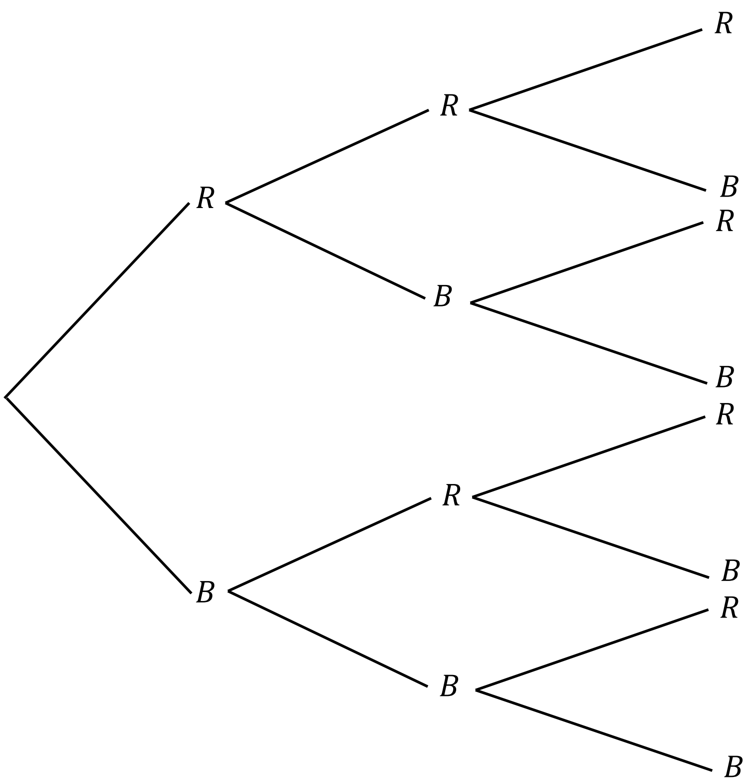
b. Expliquer pourquoi l'appel eau(0,2) permet de déterminer une estimation de l'instant où le nageur atteint le niveau de l'eau.

T1CMATH04864

Annexe
à rendre avec la copie

<u>Exercice 3</u>

Question 1.a.



Question 2.b.

Gain x_i	-9	-1		
$P(X = x_i)$	0,343	0,441		

<u>Exercice 4</u>

Question 4.a.

Valeur de i	debut et fin avant la boucle if	milieu	h(milieu)	debut et fin après la boucle if
0	0 et 2	1	5,33	1 et 2
1	1 et 2			
2				

T1CMATH04864

T1CMATH04864