PARTIE I

Automatismes (5 points) Sans calculatrice Durée : 20 minutes

	Énoncé	**Réponse**
1)	Augmenter un capital de 5% revient à le multiplier par quel nombre ?	
2)	Le prix d'un article toutes taxes comprises (TTC) est de 240€. La taxe sur la valeur ajoutée (TVA) est de 20%. Déterminer le prix hors taxe (HT) c'est-à-dire le prix avant l'application de la TVA.	
3)	La population d'une ville est passée de 50 000 habitants à 75 000 habitants. Quel est le pourcentage d'augmentation de cette population sur cette période ?	
4)	Un prix a augmenté de 20%, puis baissé de 20%. Déterminer le taux global d'évolution.	
5)	On considère le tableau incomplet suivant relatif à une entreprise : Année : 2018 ; 2019 Chiffre d'affaires réalisé en k€ (millier d'euro) : 20 ; 25 Indice (base 100 en 2018) : 100 ; Quelle est l'indice en 2019 ?	
6)	Résoudre dans ℝ $(2x-1)(5-x)=3-2x^2$.	
7)	Résoudre dans ℝ l'équation $x^2=5$.	
8)	Résoudre dans ℝ l'équation $x^2=-2$.	
9)	Résoudre l'inéquation $5x+3\geq -2$ et donner l'ensemble des solutions sous forme d'un intervalle.	
10)	Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x)=(x+3)(x-3)$. Donner le tableau de signe de $f(x)$.	

PARTIE II

Calculatrice autorisée

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points) :

En 1798, Malthus publie "An Essay on the Principe of Population". Il y émet l'hypothèse que l'accroissement de la population, beaucoup plus rapide que celui des ressources alimentaires, conduira le monde à la famine.
En 1800, en Angleterre, l'agriculture pouvait nourrir 10 millions de personnes et la population était estimée à 8 millions de personnes.

Malthus pensait que :

- L'amélioration de l'agriculture permettait en Angleterre de nourrir 500 000 personnes de plus chaque année.
- La population augmentait d'environ 2 % chaque année.

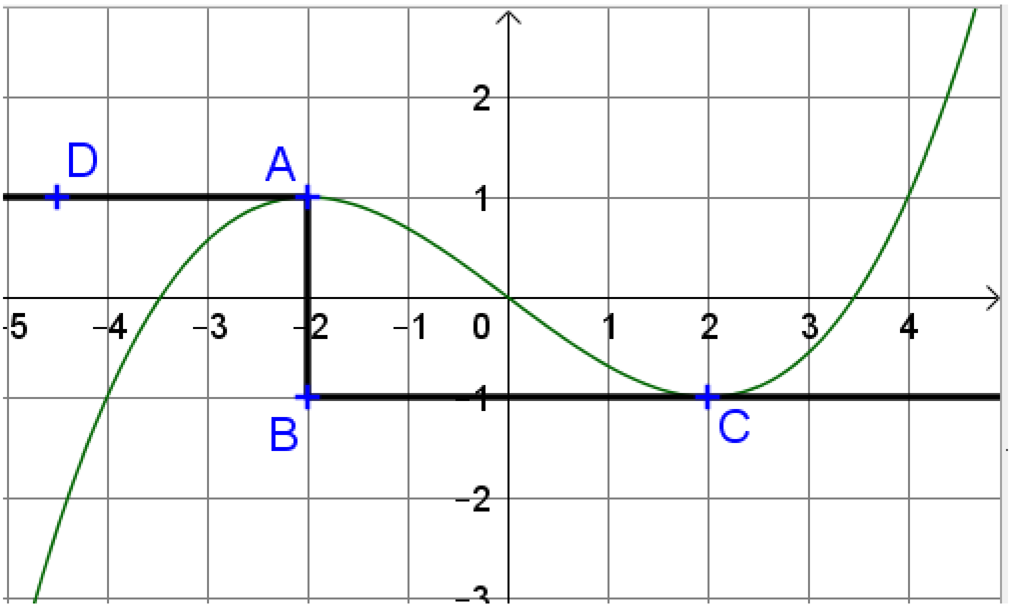
Pour n entier naturel, on note a_n le nombre de personnes en Angleterre, exprimé en millions, que l'agriculture permet de nourrir de l'année $1800 + n$, et b_n la population en millions, cette même année.
On a alors $a_0 = 10$ et $b_0 = 8$.

1. Étude de la suite (a_n).
    - **a.** Déterminer a_1.
    - **b.** Justifier que pour tout entier naturel n $a_{n+1} = a_n + 0{,}5$.
2. Étude de la suite (b_n).
    - **a.** Vérifier que $b_1 = 8{,}16$.
    - **b.** Pour tout entier naturel n, exprimer b_{n+1} en fonction de b_n.
3. Recopier et compléter l'algorithme suivant qui permet de déterminer en quelle année la situation devait conduire à la famine selon Malthus.

```
n=0
 A=10
B=8
while A…B :
     A=…
     B=…
      n=…..
return(n)
```

Exercice 3 (5 points)

On souhaite construire une rampe pour faire passer des chariots sur un trottoir plus facilement. Le schéma ci-dessous modélise la situation. Une unité graphique représente 10 cm.



La chaussée est matérialisée par la demi-droite [BC) et le trottoir par la ligne brisée B-A-D. La rampe sera homologuée si elle répond à 5 critères :

C1 : La rampe est portée par la courbe d'une fonction f polynôme du 3^{e} degré qui passe par A et C.

C2 : $f(0) = 0$.

C3 : La dérivée de f s'annule en -2 et en 2.

C4 : f est décroissante sur $[-2\ ;\ 2]$.

C5 : Pour tout $x \in [-2\ ;\ 2], f\,'(x) \geq -0{,}75$.

On pose f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}0625\, x^3 - 0{,}75x$.

1. Calculer $f(-2)$ et $f(2)$ et en déduire que f vérifie la condition C1.
2. Montrer que pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f\,'(x) = 0{,}1875x^2 - 0{,}75$ et en déduire que f vérifie la condition C3.
3. Sachant que $f'(x) = 0{,}1875(x - 2)(x + 2)$, la condition C4 est-elle vérifiée ?
4. Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R},\ f\,'(x) \geq -0{,}75$.
5. En utilisant la fonction f , la rampe est-elle homologuée ?

Exercice 4 (5 points)

Emilie a cinq stylos dans sa trousse, quatre bleus et un violet, indiscernables au toucher. Aujourd'hui, elle décide de prendre au hasard un des stylos de sa trousse en début de chaque cours et d'écrire son cours avec le stylo « gagnant ». Elle remet le stylo choisi dans sa trousse à la fin de chaque cours. On note :

- B l'événement « le stylo choisi est de couleur bleu » ;
- V l'événement « le stylo choisi est de couleur violet ».

1. Le premier cours est un cours de mathématiques. Quelle est la probabilité qu'Émilie écrive son cours de mathématiques en bleu ? Justifier.

2. Dans la matinée, Émilie n'a que deux cours.

a. Construire un arbre pondéré illustrant les différentes issues possibles.

b. Déterminer la probabilité qu'Émilie écrive tous ses cours de la matinée en bleu.

3. Dans la journée, Émilie a quatre cours. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de cours de la journée écrits en bleu.

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui donne la loi de probabilité de la variable X.

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$	0,0016	…	0,1536	0,4096	…

b. Déterminer l'espérance de X et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.