Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉVALUATION COMMUNE

CLASSE : Première

EC : ☐ EC1 ☒ EC2 ☐ EC3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

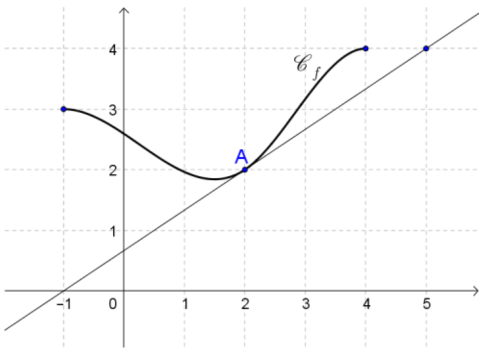
☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 7

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d’elles, une seule des réponses proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n’est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n’apporte ni ne retire de point.

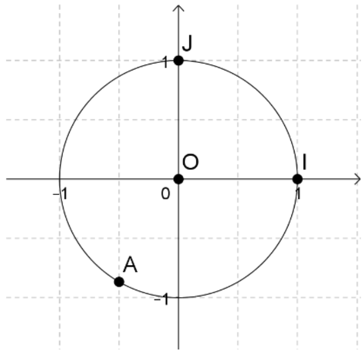
1. On considère une fonction f définie et dérivable sur l’intervalle $[-1; 4]$.
On a tracé sur la figure ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ et la tangente à cette courbe au point A de coordonnées $(2; 2)$.



L’équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A est :

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$y = \frac{2}{3}(x-2)+2$	$y = 2(x-2)+\frac{2}{3}$	$y = \frac{2}{3}(x+2)+2$	$y = \frac{3}{2}(x-2)+2$

2. Dans un repère orthonormal $(0, I, J)$, le point A, placé ci-contre sur le cercle trigonométrique de centre O d'origine I , est associé au nombre réel :



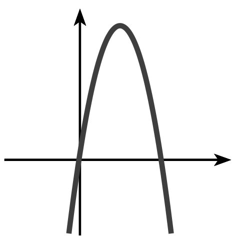
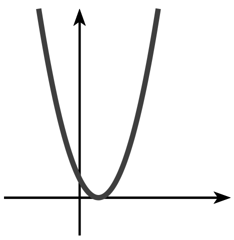
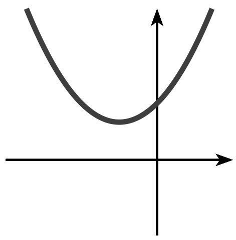
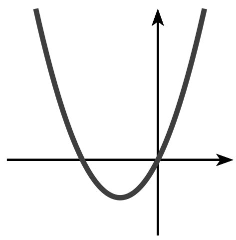
Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{3\pi}{4}$

3. On considère une fonction du second degré f définie sur **R** par :

$$f\ (x) = ax^2 + bx$$

où a et b sont deux nombres réels strictement positifs.

Quelle est la courbe représentative de cette fonction dans un repère orthonormé ?

Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
			

4. Dans le plan muni d'un repère orthonormé une droite $\mathcal{D}$ a pour équation : $x - 2y = 1$.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est correcte ?

Réponse a	**Réponse b**	**Réponse c**	**Réponse d**
Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}$.	Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite $\mathcal{D}$.	Le point de coordonnées $A(1, -2)$ appartient à la droite $\mathcal{D}$.	L'ordonnée à l'origine de la droite $\mathcal{D}$ est égale à 1.

5. Un homme marche pendant 10 jours. Le premier jour, il parcourt 12 km. Chaque jour, il parcourt 500 m de moins que la veille. Durant ces dix jours, il aura parcouru au total :

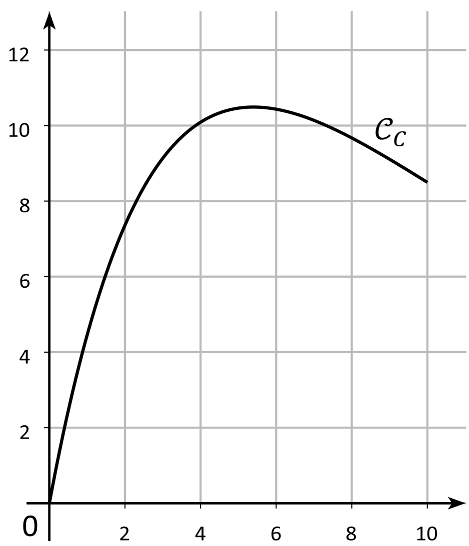
Réponse a	**Réponse b**	**Réponse c**	**Réponse d**
95 km	97,5 km	19 km	84 km

Exercice 2 (5 points)

Une entreprise fabrique chaque jour x tonnes d'un produit. Le coût total mensuel, en milliers d'euros, pour produire chaque jour x tonnes de ce produit est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$ par :

$$C(x) = (5x - 2)\mathrm{e}^{-0,2x} + 2$$

On a représenté ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_C$ de la fonction C dans un repère.



1. Par lecture graphique, donner une estimation de la quantité journalière de produit pour laquelle le coût total mensuel est maximal.

2. Le **coût marginal** C_m, qui correspond au supplément de coût total pour la production d'une unité de valeur supplémentaire, est assimilé à la **dérivée** de la fonction coût total.

a) Démontrer que le coût marginal C_m est défini sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$ par :

$$C_m(x) = (-x + 5,4)\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

b) Pour quelle quantité de produit fabriqué par jour le coût marginal est-il négatif ?

c) Donner le tableau de variations de la fonction C sur l'intervalle $[0\ ;10]$.

d) Déterminer le coût total mensuel maximal sur l'intervalle considéré. On donnera la valeur arrondie à l'euro près.

Exercice 3 (5 points)

On considère qu'en 2019, $3\ 300\ 000$ personnes étaient atteintes de diabète en France.

Pour étudier l'évolution de la maladie, des chercheurs appliquent un modèle selon lequel le nombre de personnes atteintes augmente de $2\ \%$ par an.

On note u_n le nombre de personnes atteintes de diabète en France selon ce modèle durant l'année $(2019 + n)$. On a donc $u_0 = 3\ 300\ 000$.

1. Justifier que, selon ce modèle, le nombre de personnes atteintes de diabète en France sera de $3\ 433\ 320$ en 2021.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
3. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
4. En déduire le nombre de personnes qui, selon ce modèle, seront atteintes de diabète en France en 2025.
5. On définit en langage Python la fonction suivante.

```python
def seuil(S):
  u=3300000
  n=0
  while u<S:
    u=u*1.02
    n=n+1
  return n
```

Après exécution dans la console on obtient l'affichage suivant.

```
>>> seuil(5000000)
21
```

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 (5 points)

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.

On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.

On note :

- S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

On note $\bar{S}$ et $\overline{M}$ les événements contraires des événements S et M.

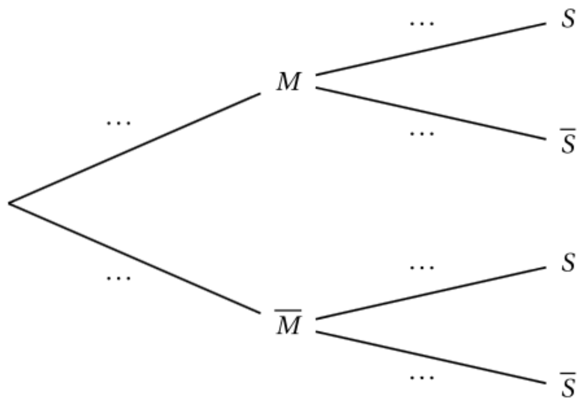
On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à $0{,}95$.
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est de $0{,}96$.

1. À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\overline{M}}(\bar{S})$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous, modélisant cette situation :



3. Montrer que $P(S) = 0{,}04182$.

4. En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique en passant. On arrondira le résultat à 10^{-3}.

5. Les événements M et S sont-ils indépendants ?