Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 7

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte.

Les questions sont indépendantes. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte aucun point.

Question 1

On lance deux fois une pièce équilibrée, de manières identiques et indépendantes.

Si le joueur obtient 2 Faces, il perd 5 €, s'il obtient exactement une Face, il gagne 2 €, s'il obtient 2 Piles il gagne 4€. On note G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur, en euros.

$a)\ E(G) = 0{,}75$	$b)\ E(G) = \frac{1}{3}$	$c)\ E(G) = 1$	$d)\ E(G) = \frac{1}{4}$

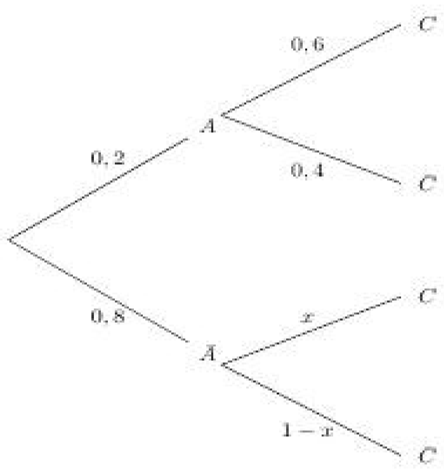
Question 2

A et B sont deux événements, et on donne $P(A) = \frac{3}{7}$, $P(B) = \frac{3}{20}$, $P(A \cup B) = \frac{4}{7}$.

$a)$ A et B sont indépendants.	$b)\ P_A(B) = \frac{3}{980}$	$c)\ P(A \cap B) = \frac{1}{140}$	$d)\ P_A(B) = \frac{1}{60}$

Question 3

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous, ainsi que la probabilité $P(C) = 0{,}48$.



$a)\ x = 0{,}6$	$b)\ x = 0{,}36$	$c)\ x = 0{,}45$	$d)\ x = \dfrac{0{,}48}{0{,}12}$

Question 4

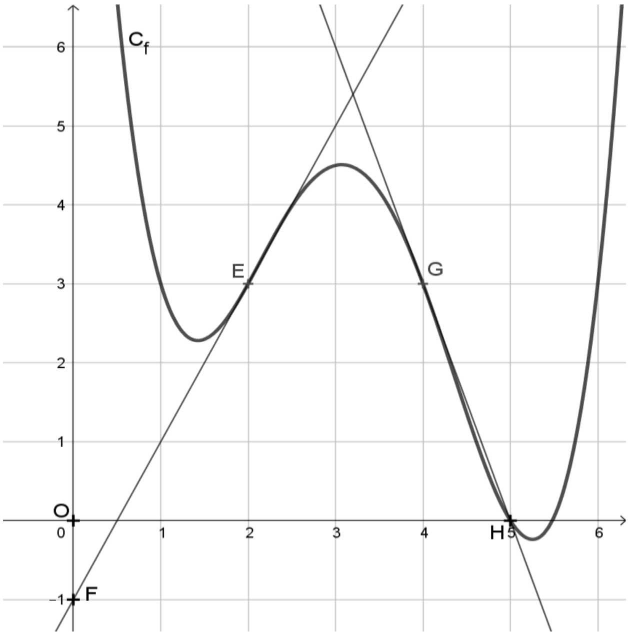
On a tracé la courbe représentative C_f d'une fonction f dans un repère orthonormé, ainsi que deux de ses tangentes, au point E d'abscisse 2 et au point G d'abscisse 4.

Les coordonnées des points E, F, G, H placés dans le repère ci-contre peuvent être lues graphiquement, ce sont des entiers.

La tangente à C_f au point E est la droite (EF).

La tangente à C_f au point G est la droite (GH).

On note f' la fonction dérivée de f.



$a)\ f'(2) = 4$	$b)\ f'(4) = 3$	$c)\ f'(4) = 3$	$d)\ f'(4) = -3$

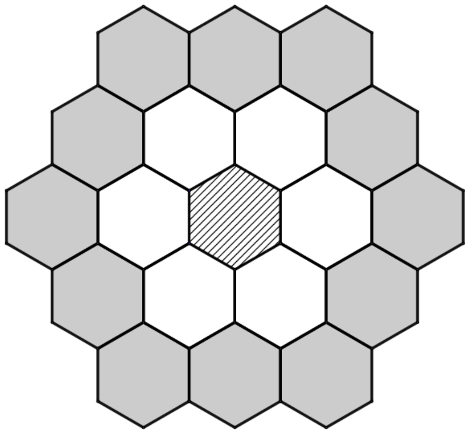
Question 5

On considère la fonction Python suivante :

```
def evolu(k) :
    i = 200
    n = 0
    while i < k :
        i = 1.2 * i + 10
        n = n + 1
    return n
```

$a)\ evolu(500) = 4$	$b)\ evolu(600) = 5$	$c)\ evolu(300) = 3$	$d)\ evolu(400) = 4$

Exercice 2 (5 points)



Un artisan commence la pose d'un carrelage dans une grande pièce.

Le carrelage choisi a une forme hexagonale.

L'artisan pose un premier carreau au centre de la pièce puis procède en étapes successives de la façon suivante :

- à l'étape 1, il entoure le carreau central, à l'aide de 6 carreaux et obtient une première forme.
- à l'étape 2 et aux étapes suivantes, il continue ainsi la pose en entourant de carreaux la forme précédemment construite.

On note u_n le nombre de carreaux ajoutés par l'artisan pour faire la n-ième étape ($n \geq 1$).

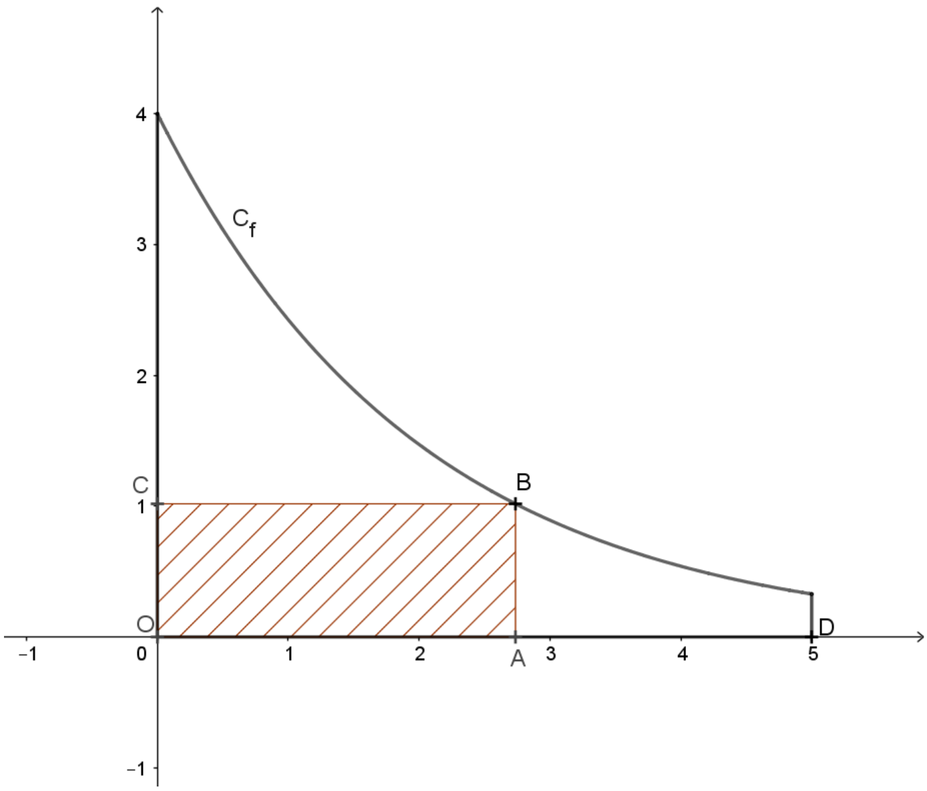
Ainsi $u_1 = 6$ et $u_2 = 12$.

1. Quelle est la valeur de u_3 ?
2. On admet que la suite (u_n) est arithmétique de raison 6. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Combien l'artisan a-t-il ajouté de carreaux pour faire l'étape 5 ? Combien a-t-il alors posé de carreaux au total lorsqu'il termine l'étape 5 (en comptant le carreau central initial) ?
4. On pose $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. Montrer que $S_n = 6(1 + 2 + 3 + \cdots + n)$ puis que $S_n = 3n^2 + 3n$.
5. Si on compte le premier carreau central, le nombre total de carreaux posés par l'artisan depuis le début, lorsqu'il termine la $n - ième$ étape, est donc $3n^2 + 3n + 1$. À la fin de sa semaine, l'artisan termine la pose du carrelage en collant son 2977^{e} carreau. Combien a-t-il fait d'étapes ?

Exercice 3 (5 points)

Un propriétaire souhaite construire un enclos rectangulaire sur son terrain.

Celui-ci est représenté ci-dessous dans un repère orthonormé, d'unité le mètre. Il est délimité par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite d'équation $x = 5$ et la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur [0 ; 5] par $f(x) = 4e^{-0,5x}$.



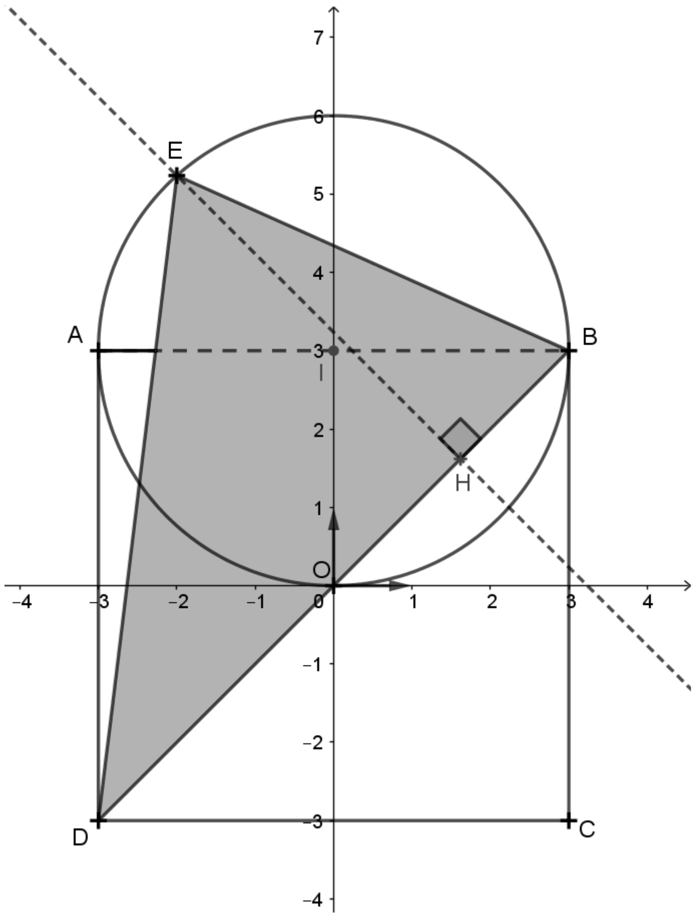
L'enclos est représenté par le rectangle $OABC$ où O est l'origine du repère et B un point de C_f, A et C étant respectivement sur l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. On note x l'abscisse du point A et D le point de coordonnées $(5\ ;\ 0)$. Le but de l'exercice est de déterminer la position du point A sur le segment $[OD]$ permettant d'obtenir un enclos de superficie maximale.

1. Justifier que la superficie de l'enclos, en m², est donnée en fonction de x par $g(x) = 4xe^{-0,5x}$ pour x dans l'intervalle $[0\ ; 5]$.
2. La fonction g est dérivable sur $[0\ ; 5]$. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\ ;\ 5]$, on a $g'(x) = (4 - 2x)e^{-0,5x}$.
3. En déduire le tableau de variations de la fonction g sur $[0\ ;\ 5]$.
4. Où doit-on placer le point A sur $[OD]$ pour obtenir une superficie d'enclos maximale ? Donner la superficie maximale possible en arrondissant le résultat au dm².

Exercice 4 (5 points)

Le logo d'une entreprise est constitué d'un carré, d'un cercle et d'un triangle.

Il a été représenté ci-contre dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,)$.



On donne les coordonnées des sommets du carré :
$A(-3\,;\,3)$, $B(3\,;\,3)$, $C(3\,;\,-3)$, $D(-3\,;\,-3)$.

On considère le point $E\left(-2\,;3+\sqrt{5}\right)$.

On admettra que E est situé sur le cercle de diamètre [AB].

On note I le milieu de [AB].

1. Donner une équation cartésienne de la droite (BD) et une équation du cercle de diamètre $[AB]$.

2. Montrer que la hauteur du triangle BDE issue de E admet pour équation cartésienne
$$x+y-(1+\sqrt{5})=0$$
3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point E sur la droite (BD).
4. Calculer l'aire du triangle BDE (en unités d'aire).
5. Montrer que $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DE}=42+6\sqrt{5}$. On admet que $\left\|\overrightarrow{DE}\right\|=\sqrt{42+12\sqrt{5}}$; en déduire la mesure de l'angle $\widehat{BDE}$ au degré près.