M. Mananiaina Michaël RAKOTONDRAFARA

<u>Correction de l'exercice 4</u>

1. Par lecture graphique, puisque la courbe rencontre l'axe des abscisses aux points d'abscisses $x = -2$ et $x = 3$.
   Les solutions sont donc : $\{-2; 3\}$

2. Par définition, la tangente (T) a pour équation : $y = f'(x_0) \times (x - x_0) + f(x_0)$
   Pour $x_0 = 1$, l'équation devient : $y = f'(-1) \times (x + 1) + f(-1)$
   Or, graphiquement, $f(-1) = 2$
   De plus, $f'(x) = -x + 0{,}5$
   Donc $f'(-1) = 1{,}5$
   D'où, l'équation devient : $y = 1{,}5 \times (x + 1) + 2 = 1{,}5x + 1{,}5 + 2 = 1{,}5x + 3{,}5$
   $$(T) : y = 1{,}5x + 3{,}5$$

3. Soit $E(1; 5)$.
   a) L'image de 1 par la fonction $y = 1{,}5x + 3{,}5$ est : $y = 1{,}5 \times 1 + 3{,}5 = 1{,}5 + 3{,}5 = 5$.
   Par conséquent, le point E appartient à (T).

   b) La courbe (C) a pour équation : $y = a(x + 2)(x - 3)$
   Or, le point de coordonnées $(0; 3)$ appartient à la courbe.
   Donc : $3 = a \times (-6)$
   D'où, $a = -0{,}5$
   Ainsi, l'équation de la courbe (C) devient : $y = f(x) = -0{,}5(x + 2)(x - 3) = -0{,}5x^2 + 0{,}5x + 3$
   De plus, $f'(x) = -x + 0{,}5$
   Par conséquent, la tangente (T') aura pour équation :
   $(T') : y = f'(x_0) \times (x - x_0) + f(x_0) = f'(x_0) \times x - f'(x_0) \times x_0 + f(x_0)$
   $(T'): y = (-x_0 + 0{,}5) \times x - (-x_0 + 0{,}5) \times x_0 + (-0{,}5{x_0}^2 + 0{,}5x_0 + 3)$

   Or, $E(1; 5) \in (T')$
   Donc, $5 = (-x_0 + 0{,}5) — (-x_0 + 0{,}5) \times x_0 + (-0{,}5{x_0}^2 + 0{,}5x_0 + 3)$
   $5 = -x_0 + 0{,}5 + {x_0}^2 - 0{,}5x_0 - 0{,}5{x_0}^2 + 0{,}5x_0 + 3$
   $5 = 0{,}5{x_0}^2 - x_0 + 3{,}5$
   $0{,}5{x_0}^2 - x_0 - 1{,}5 = 0$
   $0{,}5({x_0}^2 - 2x_0 - 3) = 0$
   Le discriminant vaut : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times (1) \times (-3) = 16 = 4^2$
   L'équation admet deux solutions :
   $x_0' = \frac{2-4}{2} = -1$ et $x_0'' = \frac{2+4}{2} = 3$
   Or, la tangente (T) se trouve au point d'abscisse $x_0 = -1$.
   Donc, (T') est la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse : $x_0 = 3$.
   En conclusion, le point qu'on cherche est le point de coordonnées : $(3; 0)$.